13 februarie 2016

Olimpiada raională / municipală la matematică

Clasa a XII-a

Timp alocat – 4 ore astronomice

Problema 12. 1. Se consideră funcţia $f: R \to R$, $f(x) = 2^x$. Calculați suma $f(0) + f(-1) + f(-2) + \ldots + f(-n) + \ldots$.

Problema 12. 2. Un cerc cu diametrul de $\sqrt{10}\,cm$ trece prin vîrfurile A şi B ale dreptunghiului $ABCD$ şi intersectează laturile AD şi BC, iar vîrfurile C şi D ale dreptunghiului se află în exteriorul cercului. Din vîrful C al dreptunghiului este dusă tangenta CK la cerc, K punct de tangenţă, $CK = 3cm$. Determinaţi aria dreptunghiului $ABCD$, ştiind că $AB = 1cm$.

Problema 12. 3. Arătați că $\frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 10} + \ldots + \frac{1}{(3n+1)(3n+4)} < \frac{n+2}{3n+4}$ pentru orice $n \in N$.

Problema 12. 4. Diagonalele AC şi BD ale patrulaterului convex $ABCD$ se intersectează în punctul O. Determinați aria triunghiului AOD, dacă se știe că $A_{AOB} = 4cm^2$, $A_{BOC} = 12cm^2$, $A_{COD} = 6cm^2$.

Problema 12. 5. Calculați integrala definită $\int_0^1 \left(\sqrt{2}\right)^{\log_2 e^{2\sqrt{x}}} dx$.

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

Vă urez mult succes!

13 februarie 2016

Olimpiada raională / municipală la matematică

Clasa a XII-a

Timp alocat – 4 ore astronomice

Problema 12. 1. Se consideră funcţia $f: R \to R$, $f(x) = 2^x$. Calculați suma $f(0) + f(-1) + f(-2) + \ldots + f(-n) + \ldots$.

Problema 12. 2. Un cerc cu diametrul de $\sqrt{10}\,cm$ trece prin vîrfurile A şi B ale dreptunghiului $ABCD$ şi intersectează laturile AD şi BC, iar vîrfurile C şi D ale dreptunghiului se află în exteriorul cercului. Din vîrful C al dreptunghiului este dusă tangenta CK la cerc, K punct de tangenţă, $CK = 3cm$. Determinaţi aria dreptunghiului $ABCD$, ştiind că $AB = 1cm$.

Problema 12. 3. Arătați că $\frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 10} + \ldots + \frac{1}{(3n+1)(3n+4)} < \frac{n+2}{3n+4}$ pentru orice $n \in N$.

Problema 12. 4. Diagonalele AC şi BD ale patrulaterului convex $ABCD$ se intersectează în punctul O. Determinați aria triunghiului AOD, dacă se știe că $A_{AOB} = 4cm^2$, $A_{BOC} = 12cm^2$, $A_{COD} = 6cm^2$.

Problema 12. 5. Calculați integrala definită $\int_0^1 \left(\sqrt{2}\right)^{\log_2 e^{2\sqrt{x}}} dx$.

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

Vă urez mult succes!

13 февраля 2016

Районная/муниципальная олимпиада по математике

XII класс

Время выполнения – 4 астрономических часа

Задача № 12.1. Дана функция $f: R \to R$, $f(x) = 2^x$. Вычислите сумму $f(0) + f(-1) + f(-2) + \ldots + f(-n) + \ldots$.

Задача № 12.2. Окружность имеет диаметр $\sqrt{10}$ *см*, проходит через вершины A и B прямоугольника $ABCD$, пересекает стороны AD и BC прямоугольника, а вершины C и D прямоугольника $ABCD$ находятся вне окружности. Из вершины C прямоугольника проведена касательная CK к окружности, K точка касания, $CK = 3$ *см*. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $AB = 1$ *см*.

Задача № 12.3. Докажите что $\frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 10} + \ldots + \frac{1}{(3n+1)(3n+4)} < \frac{n+2}{3n+4}$ для любого $n \in N$.

Задача № 12.4. Диагонали AC и BD выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Если $A_{AOB} = 4$ *см*^{2}, $A_{BOC} = 12$ *см*^{2}, $A_{COD} = 6$ *см*^{2}, найдите площадь треугольника AOD.

Задача № 12.5. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \left(\sqrt{2}\right)^{\log_2 e^{2\sqrt{x}}} dx$.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Желаем успехов!

13 февраля 2016

Районная/муниципальная олимпиада по математике

XII класс

Время выполнения – 4 астрономических часа

Задача № 12.1. Дана функция $f: R \to R$, $f(x) = 2^x$. Вычислите сумму $f(0) + f(-1) + f(-2) + \ldots + f(-n) + \ldots$.

Задача № 12.2. Окружность имеет диаметр $\sqrt{10}$ *см*, проходит через вершины A и B прямоугольника $ABCD$, пересекает стороны AD и BC прямоугольника, а вершины C и D прямоугольника $ABCD$ находятся вне окружности. Из вершины C прямоугольника проведена касательная CK к окружности, K точка касания, $CK = 3$ *см*. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $AB = 1$ *см*.

Задача № 12.3. Докажите что $\frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 10} + \ldots + \frac{1}{(3n+1)(3n+4)} < \frac{n+2}{3n+4}$ для любого $n \in N$.

Задача № 12.4. Диагонали AC и BD выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Если $A_{AOB} = 4$ *см*^{2}, $A_{BOC} = 12$ *см*^{2}, $A_{COD} = 6$ *см*^{2}, найдите площадь треугольника AOD.

Задача № 12.5. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \left(\sqrt{2}\right)^{\log_2 e^{2\sqrt{x}}} dx$.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Желаем успехов!