13 februarie 2016

Olimpiada raională/municipală la matematică

Clasa a VII-a

Soluţii

Problema 7.1. Deoarece $27 = 3^3$, putem obţine $3^{2016} + 2 \cdot 3^{2016} = 3^{4n-3} \Rightarrow 3 \cdot 3^{2016} = 3^{4n-3} \Rightarrow 3^{2017} = 3^{4n-3} \Rightarrow 4n - 3 = 2017 \Rightarrow n = 505.$

Răspuns: n = 505

Problema 7.2. Dacă notăm distanţa AB cu d, atunci $t_1 = \frac{d}{60}\ (h),\ t_2 = \frac{d}{40}\ (h)$.
Deci, timpul total este $t_{tot} = \frac{d}{60} + \frac{d}{40} = \frac{5d}{120}\ (h)$. Atunci viteza medie este
$v_{medie} = \frac{2d}{t_{tot}} = \frac{2d}{\frac{5d}{120}} = 48\ (km/h)$.

Răspuns: 48 km/h

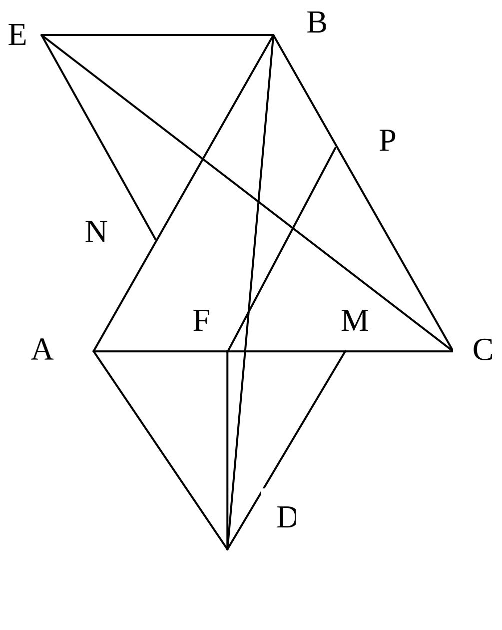
Problema 7.3. Dacă B ar fi adevărată, atunci ultima cifră a numărului n + 1 ar fi 2, iar ultima cifră a numărului n – 8 ar fi 3. Dar pătratele perfecte nu se termină în 2 sau în 3!!! Prin urmare B este o afirmaţie falsă.
Dacă n + 1 şi n – 8 sunt pătrate perfecte, atunci diferenţa dintre ele este 9.
Scriem şirul primelor câtorva pătrate perfecte: 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36. Mai departe nu are rost să scriem, deoarece deja 36 – 25 = 11. Observăm că 9 – 0 = 9 şi 25 – 16 = 9. Deducem că n = 8 sau n = 24.

Răspuns: 8; 24.

Problema 7.4. Fie că s-au acordat *x* diplome de grad I, *y* diplome de grad II şi *z* – de grad III.
Atunci $x + y + z = 5$ (*). Punctele au fost acumulate după cum urmează: $30x + 25y + 20z = 120$. Sau $6x + 5y + 4z = 24$ (**).
(*) mai poate fi scris $4x + 4y + 4z = 20$ (***).
Din (*) şi (***) conchidem că $2x + y = 4$ şi, deoarece, conform condiţiilor problemei, *x* şi *y* sînt numere naturale nenule, unica variantă posibilă este: $x = 1,\ y = 2$. Deci, $z = 2$.
Prin urmare, s-a acordat o diplomă de grad I, două – de grad II şi două - de grad III.

Răspuns: 1; 2; 2.

Problema 7.5.



a) E suficient să se scrie că $F \in (AC)$.

b) $m(\angle PFD) = m(\angle PFC) + m(\angle CFD) = 60^0 + 90^0 = 150^0$

c) Cercetăm triunghiurile CBE şi BAD: CB = BA = 6 cm; BE = AD = 4 cm; $m(\angle CBE) = m(\angle BAD) = 120^0$. Prin urmare, aceste triunghiuri sunt congruente după cazul LUL. Deci, CE = BD.

Răspuns: a) $F \in (AC)$; b) $m(\angle PFD) = 150^0$

13 februarie 2016

Olimpiada raională/municipală la matematică

Clasa a VII-a

Barem de corectare

NOTĂ: *Oricare altă metodă de rezolvare corectă se apreciază cu punctajul maxim.*

Problema	Scor maxim	Răspuns corect	Etapele rezolvării	Punctaj acordat	Observații
7.1.	7 p.	505	- $27 = 3^3$ - arată că $27^{672} = 3^{2016}$. - obţine $3 \cdot 3^{2016} = 3^{4n-3}$ - obţine $3^{2017} = 3^{4n-3}$ - rezolvă ecuaţia şi obţine valoarea lui n	1 p. 1 p. 1 p. 2 p. 2 p.	Dacă se indică doar răspunsul corect, se acordă 2 puncte
7.2.	7 p.	48 km/h	- exprimarea timpilor de parcurgere a distanţei AB şi a distanţei BA (cîte 1 p. pentru fiecare) - exprimarea timpului total - exprimarea vitezei medii - calcularea vitezei medii	2 p. 1 p. 2 p. 2 p.	
7.3.	7 p.	8; 24	- deducerea faptului că B este falsă, iar A şi C sunt adevărate - deducerea faptului că diferenţa dintre n + 1 şi n – 8 este egală cu 9 - determinarea celor două perechi de pătrate perfecte, diferenţa dintre care este egală cu 9 - calcularea valorilor corespunzătoare ale lui n	2 p. 1 p. 2 p. 2 p.	
7.4.	7 p.	1; 2; 2	- introducerea necunoscutelor auxiliare pentru mărimile căutate - scrierea ecuației $x + y + z = 5$ - scrierea ecuației $30x + 25y + 20z = 120$ - obţinerea ecuației scrierea ecuaţiei $2x + y = 4$ - rezolvarea ecuaţiei şi obţinerea răspunsului corect	1 p. 1 p. 1 p. 2 p. 2 p.	Dacă se indică doar răspunsul corect, se acordă 2 puncte
7.5.	7 p.	a) $F \in (AC)$; b) $m(\angle PFD) = 150^0$	- construirea triunghiului ABC - construirea celorlalte 3 triunghiuri echilaterale - indicarea faptului că $F \in (AC)$ - determinarea măsurii unghiului PFD - demonstrarea congruenţei triunghiurilor CBE şi BAD - concluzia corectă	1 p. 1 p. 1 p. 1 p. 2 p. 1 p.	