

08 februarie 2014
Olimpiada raională/municipală la matematică
Clasa a XII-a

Timp alocat – 4 ore astronomice

Problema 12.1. Calculați integrala nedefinită $\int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1} dx$.

Problema 12.2. Fie dată funcția $f : [0; 5] \rightarrow R$, $f(x) = \max(2^x, x^2)$.

a) Explicitați funcția f și desenați graficul ei;

b) Calculați integrala definită $\int_0^5 f(x) dx$.

Problema 12.3. Demonstrați inegalitatea $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{12 - x^2 - x^3}} \geq \frac{\pi}{6}$.

Problema 12.4. Rezolvați sistemul de ecuații pe mulțimea $R \times R \times R$:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 27 \\ xy + xz + yz = 27 \end{cases}$$

Problema 12.5. Volumul tetraedrului regulat $MABC$ este egal cu volumul unui cub cu lungimea diagonalei egală cu $6\sqrt{6}$ cm. Calculați lungimea muchiei tetraedrului.

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

08 februarie 2014
Olimpiada raională/municipală la matematică
Clasa a XII-a

Timp alocat – 4 ore astronomice

Problema 12.1. Calculați integrala nedefinită $\int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1} dx$.

Problema 12.2. Fie dată funcția $f : [0; 5] \rightarrow R$, $f(x) = \max(2^x, x^2)$.

a) Explicitați funcția f și desenați graficul ei;

b) Calculați integrala definită $\int_0^5 f(x) dx$.

Problema 12.3. Demonstrați inegalitatea $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{12 - x^2 - x^3}} \geq \frac{\pi}{6}$.

Problema 12.4. Rezolvați sistemul de ecuații pe mulțimea $R \times R \times R$:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 27 \\ xy + xz + yz = 27 \end{cases}$$

Problema 12.5. Volumul tetraedrului regulat $MABC$ este egal cu volumul unui cub cu lungimea diagonalei egală cu $6\sqrt{6}$ cm. Calculați lungimea muchiei tetraedrului.

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.