

13 februarie 2016
Olimpiada raională/municipală la matematică
 Clasa a VIII-a
Soluții

Problema 8.1. Fie x – numărul elevilor absenți. Atunci numărul celor prezenți este $5x$, iar numărul total de elevi în clasă este $6x$.

După ieșirea unui elev din clasă, numărul celor prezenți este $5x - 1$, iar al celor absenți $x + 1$.

Alcătuiam ecuația $5x - 1 = 4(x + 1)$. Soluția ei este 5.

Deci, în clasă sînt $6 \cdot 5 = 30$ elevi.

Răspuns: 30 elevi

Problema 8.2. Dacă trenul trece pe lângă un stâlp în 15 secunde, înseamnă că el parcurge în acest răstimp propria lungime. Deci, el parcurge lungimea podului în $45 - 15 = 30$ secunde. Rezultă că podul este de 2 ori mai lung decât trenul.

Viteza trenului este $450 : 30 = 15$ (m/sec.) (54 km/h).

Prin urmare, trenul are lungimea de $15 \cdot 15 = 225$ (metri).

Răspuns: 15 m/sec.; 225 metri.

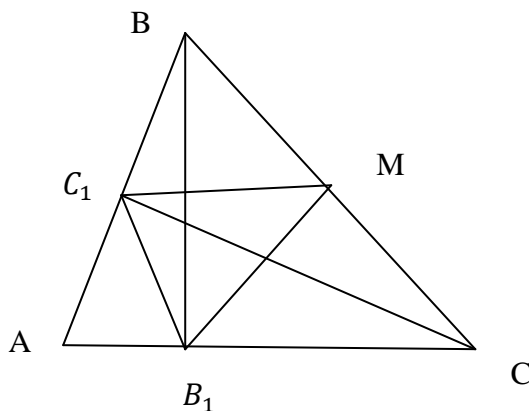
Problema 8.3.

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}.$$

$$\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{95 \cdot 97} + \frac{2}{97 \cdot 99} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{95} - \frac{1}{97} + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} = 1 - \frac{1}{99} = \frac{98}{99}.$$

$$\text{Atunci } a = \frac{99}{100} \cdot \frac{98}{99} = 0,98. \text{ Prin urmare } \sqrt{0,5 \cdot a} + 0,3 = \sqrt{0,5 \cdot 0,98} + 0,3 = \sqrt{0,49} + 0,3 = 0,7 + 0,3 = 1.$$

Problema 8.4.



C_1M este mediană în triunghiul dreptunghic BC_1C , deci $C_1M = BM = MC$.

B_1M este mediansă în triunghiul dreptunghic BB_1C , deci $B_1M = BM = MC$.

Prin urmare, $C_1M = B_1M$.

$$m(\angle C_1MB) = 180^\circ - 2 \cdot m(\angle B); \quad m(\angle B_1MC) = 180^\circ - 2 \cdot m(\angle C).$$

$$\text{Deci, } m(\angle C_1MB_1) = 180^\circ - [m(\angle B_1MC) + m(\angle C_1MB)] = 180^\circ - [360^\circ - 2 \cdot (m(\angle C) + m(\angle B))] = 180^\circ - 360^\circ + 2 \cdot (180^\circ - m(\angle A)) = -180^\circ + 2 \cdot (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ.$$

Am obținut că triunghiul C_1MB_1 este isoscel și are un unghi de 60° , deci este echilateral.

Problema 8.5. Din ecuația dată conchidem că $z \neq 5, y \neq 3, z = 7m, m \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Atunci } x = m(7m - 5); \quad y - 3 = \frac{x-2}{m} \Rightarrow y = 3 + \frac{7m^2 - 5m - 2}{m} = 3 + 7m - 5 - \frac{2}{m}.$$

În acest caz y este natural doar pentru $m = 1$ sau $m = 2$.

Dacă $m = 1$, atunci $x = 2, y = 3, z = 7$, caz care nu satisface condițiile inițiale.

Pentru $m = 2$, obținem $x = 18, y = 11, z = 14$.

Răspuns: $x = 18, y = 11, z = 14$

13 februarie 2016
Olimpiada raională/municipală la matematică
 Clasa a VIII-a

Barem de corectare

NOTĂ: Oricare altă metodă de rezolvare corectă se apreciază cu punctajul maxim.

Problema	Scor maxim	Răspuns corect	Etapele rezolvării	Punctaj acordat	Observații
8.1.	7 p.	30 elevi	- introducerea necunoscutei auxiliare și efectuarea corectă a notațiilor - alcătuirea ecuației corecte - calcularea numărului de elevi absenți - calcularea numărului de elevi în clasă	1 p. 2 p. 2 p. 2 p.	Dacă se indică doar răspunsul corect, se acordă 2 puncte
8.2.	7 p.	15 m/sec. sau 54 km/h; 225 metri	- deducerea faptului că lungimea podului este de 2 ori mai mare decât lungimea trenului - calcularea vitezei trenului - calcularea lungimii trenului	3 p. 2 p. 2 p.	
8.3.	7 p.		- arată că primul factor este egal cu $\frac{99}{100}$ - arată că factorul al doilea este egal cu $\frac{98}{99}$ - calcularea valorii lui a - demonstrarea egalității și scrierea concluziei	2 p. 3 p. 1 p. 1 p.	
8.4.	7 p.		- efectuarea corectă a desenului - demonstrarea faptului că triunghiul C_1MB_1 este isoscel - demonstrarea faptului că unghiul C_1MB_1 are măsura de 60 grade - deducerea faptului că C_1MB_1 este triunghi echilateral	1 p. 2 p. 3 p. 1 p.	
8.5.	7 p.	$x = 18,$ $y = 11,$ $z = 14$	- concluzia că $z = 7m, m \in N^*$ - exprimarea lui x prin m - exprimarea lui y prin m - determinarea valorilor lui m pentru care y este natural - calcularea valorilor necunoscute	1 p. 1 p. 1 p. 2 p. 2 p.	Dacă se indică doar răspunsul corect, se acordă 3 puncte