

13 februarie 2016  
**Olimpiada raională/municipală la matematică**  
Clasa a VI-a  
**Soluții**

**Problema 6.1.**

$\frac{\overline{ab} + b}{\overline{ba} - a} = \frac{10a + b + b}{10b + a - a} = \frac{10a + 2b}{10b}$ . Deoarece fracția este echiunitară  $\Rightarrow 10a + 2b = 10b \Leftrightarrow 10a = 8b$   
 $\Leftrightarrow 5a = 4b \Rightarrow a : 4$  și  $b : 5$ . Cum  $a$  și  $b$  sunt cifre,  $a > 0$  și  $b > 0 \Rightarrow b = 5$ . Cum  $b = 5 \Rightarrow 5a = 20$   
 $\Leftrightarrow a = 4$ .

**Răspuns:**  $a = 4$ ,  $b = 5$ .

**Problema 6.2.**

Fie  $n$  – un număr natural. Conform teoremei împărțirii cu rest avem  $n = 24 \cdot c + r$ , unde  $c$  – cîțul,  $r$  – restul și  $r < 24$ . Deoarece restul este egal cu pătratul cîțului, obținem  $r = c^2$ . Astfel, avem  $n = 24 \cdot c + c^2$ . Cum  $c^2 < 24 \Rightarrow c \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Obținem:

- a) Pentru  $c = 0 \Rightarrow n = 0$  ;
- b) Pentru  $c = 1 \Rightarrow n = 24 \cdot 1 + 1^2 = 25$  ;
- c) Pentru  $c = 2 \Rightarrow n = 24 \cdot 2 + 2^2 = 52$  ;
- d) Pentru  $c = 3 \Rightarrow n = 24 \cdot 3 + 3^2 = 81$  ;
- e) Pentru  $c = 4 \Rightarrow n = 24 \cdot 4 + 4^2 = 112$  ;

Astfel  $n \in \{0, 25, 52, 81, 112\}$ .  $0 + 25 + 52 + 81 + 112 = 270$ .

**Răspuns:** 270.

**Problema 6.3.**

Fie  $n$  – lățimea dreptunghiului, atunci  $n + 1$  – lungimea dreptunghiului. Din condiția problemei obținem  $2 \cdot (n + 1 + n) = 162 \Leftrightarrow 2n + 1 = 81 \Leftrightarrow n = 40$  (m). Astfel, lățimea dreptunghiului este de 40 m, iar lungimea de 41 m. Aria dreptunghiului  $A = 40 \cdot 41 = 1640$  (m<sup>2</sup>).

**Răspuns:** 1640 m<sup>2</sup>.

**Problema 6.4.**

De la 1 la 9 avem 9 numere de o cifră. De la 10 la 99 avem 90 numere de două cifre. De la 100 la 999 avem 900 numere de trei cifre. De la 1000 la 2016 avem 1017 numere de patru cifre. Astfel, număr  $A$  conține  $1 \cdot 9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot 900 + 4 \cdot 1017 = 6957$  cifre.

**Răspuns:** 6957 cifre.

**Problema 6.5.**

a) Avem relațiile:

după 1 minut:  $3 \cdot 2 + 23 = 29$ ; după 2 minute:  $2 \cdot 9 + 23 = 41$ ; după 3 minute:  $4 \cdot 1 + 23 = 27$ ;  
după 4 minute:  $2 \cdot 7 + 23 = 37$ ; după 5 minute:  $3 \cdot 7 + 23 = 44$ ; după 6 minute:  $4 \cdot 4 + 23 = 39$ ;  
după 7 minute:  $3 \cdot 9 + 23 = 50$ ; după 8 minute:  $5 \cdot 0 + 23 = 23$ . Deci după 8 minute pe ecran va fi scris numărul 23.

b) Cum  $2 \cdot 3 + 23 = 29$ , numărul de pe ecran se repetă din 8 în 8 minute. Dar 2 ore și 15 min = 135 min. Deoarece  $135 = 8 \cdot 16 + 7$ , numărul de pe ecran va fi al 7-lea din gruparea de 8 care se repetă, adică 50.

**Răspuns:** a) 23; b) 50.

13 februarie 2016  
**Olimpiada raională/municipală la matematică**  
 Clasa a VI-a

**Barem de corectare**

**NOTĂ:** Oricare altă metodă de rezolvare corectă se apreciază cu punctajul maxim.

Problema	Scor maxim	Răspuns corect	Etapele rezolvării	Punctaj acordat	Observații
6.1.	7 p.	$a = 4,$ $b = 5$	- transformarea numărului $\overline{ab} = 10a + b$ și $\overline{ba} = 10b + a$ - obținerea fracției $\frac{10a+2b}{10b}$ sau $\frac{5a+b}{5b}$ - deducerea relației $10a + 2b = 10b$ sau $5a + b = 5b$ - obținerea relației $5a = 4b$ - deducerea că $a : 4$ și $b : 5$ - determinarea $b = 5$ - determinarea $a = 4$	1 p. 1 p. 1 p. 1 p. 1 p. 1 p.	Dacă se indică doar răspunsul corect, se acordă 2 puncte
6.2.	7 p.	270	- introducerea necunoscutei auxiliare și aplicarea teoremei împărțirii cu rest - scrierea relației $r = c^2$ , unde $r$ – restul, $c$ – cîțul - obținerea relației $c^2 < 24$ - determinarea $c \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ - determinarea $n \in \{0, 25, 52, 81, 112\}$ - calcularea sumei $0 + 25 + 52 + 81 + 112$ - răspuns corect	1 p. 1 p. 1 p. 1 p. 1 p. 1 p.	Dacă se indică doar răspunsul corect, se acordă 2 puncte
6.3.	7 p.	$1640 \text{ m}^2$	- exprimarea lățimii și lungimii dreptunghiului prin două numere naturale consecutive, de exemplu: $n$ , $n + 1$ (1 p. - pentru introducerea necunoscutei; 1 p. - pentru respectarea condiției numerelor naturale consecutive) - scrierea ecuației $2(n + n + 1) = 162$ - determinarea lățimii dreptunghiului: $40 \text{ m}$ - determinarea lungimii dreptunghiului: $41 \text{ m}$ - calcularea ariei dreptunghiului - răspuns corect	2 p. 1 p. 1 p. 1 p. 1 p.	Dacă se indică doar răspunsul corect, se acordă 2 puncte
6.4.	7 p.	6957 cifre	- deduce că de la 1 la 9 sunt 9 numere de o cifră - arată că de la 10 la 99 sunt 90 numere de două cifre - arată că de la 100 la 999 sunt 900 numere de trei cifre - arată că de la 1000 la 2016 sunt 1017 numere de patru cifre - scrierea relației de calculare a numărului de cifre $1 \cdot 9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot 900 + 4 \cdot 1017$ - răspuns corect	1 p. 1 p. 1 p. 1 p. 2 p. 1 p.	Dacă se indică doar răspunsul corect, se acordă 2 puncte
6.5.	7 p.	a) 23 b) 50	- aplicarea corectă a procedurii de înlocuire a unui număr de pe ecran - determinarea corectă a fiecărui număr ce apare pe ecran în primele 8 minute. - deducerea că numărul de pe ecran se repetă din 8 în 8 minute. - transformarea 2 ore 15 min = 135 min - reprezentarea $135 = 8 \cdot 16 + 7$ - deducerea că după 2 ore 15 min numărul de pe ecran va fi al 7-lea din grupa de 8 care se repetă - răspuns corect	1 p. 1 p. 1 p. 1 p. 1 p. 1 p.	Dacă se indică doar răspunsul corect, se acordă: a) 1 punct; b) 2 puncte.

--	--	--	--	--	--