

08 februarie 2014  
**Olimpiada raională/municipală la matematică**  
Clasa a X-a

*Timp alocat – 4 ore astronomice*

**Problema 10.1.** Calculați  $\log_3 18$ , știind că  $\log_3 12 = a$ . (Să se exprime  $\log_3 18$  în funcție de  $a$ ).

**Problema 10.2.** Fie pătratul  $ABCD$  și punctele  $E \in (AB)$ , respectiv  $F \in (BC)$ , astfel încât  $AB = 2 \cdot AE$  și  $BC = 4 \cdot BF$ . Demonstrați că:  
a)  $DE \perp EF$ ;      b)  $\angle ADE \equiv \angle FDE$ .

**Problema 10.3.** Rezolvați în  $R$  ecuația  $x + y + 8 = 2\sqrt{3x} + 2\sqrt{5y}$ .

**Problema 10.4.** Fie  $ABC$  un triunghi dreptunghic în  $A$ . Bisectoarea unghiului  $ABC$  intersectează latura  $[AC]$  în punctul  $D$  și perpendiculara în  $C$  pe  $BC$  în punctul  $E$ . Paralela prin  $E$  la  $AC$  intersectează dreapta  $AB$  în punctul  $F$ . Arătați că patrulaterul  $FECD$  este romb.

**Problema 10.5.** Demonstrați că  $(x+2)(2y+3)(3z+4) \geq 96\sqrt{xyz}$ , oricare ar fi numerele reale nenegative  $x, y, z$ .

*Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte*

08 februarie 2014  
**Olimpiada raională/municipală la matematică**  
Clasa a X-a

*Timp alocat – 4 ore astronomice*

**Problema 10.1.** Calculați  $\log_3 18$ , știind că  $\log_3 12 = a$ . (Să se exprime  $\log_3 18$  în funcție de  $a$ ).

**Problema 10.2.** Fie pătratul  $ABCD$  și punctele  $E \in (AB)$ , respectiv  $F \in (BC)$ , astfel încât  $AB = 2 \cdot AE$  și  $BC = 4 \cdot BF$ . Demonstrați că:  
a)  $DE \perp EF$ ;      b)  $\angle ADE \equiv \angle FDE$ .

**Problema 10.3.** Rezolvați în  $R$  ecuația  $x + y + 8 = 2\sqrt{3x} + 2\sqrt{5y}$ .

**Problema 10.4.** Fie  $ABC$  un triunghi dreptunghic în  $A$ . Bisectoarea unghiului  $ABC$  intersectează latura  $[AC]$  în punctul  $D$  și perpendiculara în  $C$  pe  $BC$  în punctul  $E$ . Paralela prin  $E$  la  $AC$  intersectează dreapta  $AB$  în punctul  $F$ . Arătați că patrulaterul  $FECD$  este romb.

**Problema 10.5.** Demonstrați că  $(x+2)(2y+3)(3z+4) \geq 96\sqrt{xyz}$ , oricare ar fi numerele reale nenegative  $x, y, z$ .

*Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte*

08 февраля 2014  
Районная/муниципальная олимпиада по математике  
X класс

Время выполнения – 4 астрономических часа

**Задача 10.1.** Вычислите  $\log_3 18$ , если известно, что  $\log_3 12 = a$ . (Выразите  $\log_3 18$  через  $a$ ).

**Задача 10.2.** В квадрате  $ABCD$  точка  $E \in (AB)$ , точка  $F \in (BC)$ , так что  $AB = 2 \cdot AE$  и  $BC = 4 \cdot BF$ .

Докажите что:

а)  $DE \perp EF$ .    б)  $\angle ADE \equiv \angle FDE$

**Задача 10.3.** Решите на множестве  $R$  уравнение  $x + y + 8 = 2\sqrt{3x} + 2\sqrt{5y}$ .

**Задача 10.4.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$   $m(\angle A) = 90^\circ$ . Биссектриса угла  $ABC$  пересекает сторону  $[AC]$  в точке  $D$  и перпендикуляра, проведенный в точке  $C$ , на прямой  $BC$ , в точке  $E$ .

Прямая проходящая через точку  $E$  параллельна  $AC$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $F$ . Докажите, что четырехугольник  $FECD$  является ромбом.

**Задача 10.5.** Докажите что  $(x+2)(2y+3)(3z+4) \geq 96\sqrt{xyz}$ , для любых неотрицательных чисел  $x, y, z$ .

Правильное решение каждой задачи - 7 баллов.

08 февраля 2014  
Районная/муниципальная олимпиада по математике  
X класс

Время выполнения – 4 астрономических часа

**Задача 10.1.** Вычислите  $\log_3 18$ , если известно, что  $\log_3 12 = a$ . (Выразите  $\log_3 18$  через  $a$ ).

**Задача 10.2.** В квадрате  $ABCD$  точка  $E \in (AB)$ , точка  $F \in (BC)$ , так что  $AB = 2 \cdot AE$  и  $BC = 4 \cdot BF$ .

Докажите что:

а)  $DE \perp EF$ .    б)  $\angle ADE \equiv \angle FDE$

**Задача 10.3.** Решите на множестве  $R$  уравнение  $x + y + 8 = 2\sqrt{3x} + 2\sqrt{5y}$ .

**Задача 10.4.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$   $m(\angle A) = 90^\circ$ . Биссектриса угла  $ABC$  пересекает сторону  $[AC]$  в точке  $D$  и перпендикуляра, проведенный в точке  $C$ , на прямой  $BC$ , в точке  $E$ .

Прямая проходящая через точку  $E$  параллельна  $AC$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $F$ . Докажите, что четырехугольник  $FECD$  является ромбом.

**Задача 10.5.** Докажите что  $(x+2)(2y+3)(3z+4) \geq 96\sqrt{xyz}$ , для любых неотрицательных чисел  $x, y, z$ .

Правильное решение каждой задачи - 7 баллов.