8 februarie 2014

Olimpiada raională/municipală la matematică

Clasa a VII-a

SOLUŢII

Problema 7.1.

2 pagini sunt notate prin 2 numere naturale consecutive. Deoarece suma numerelor paginilor este 75, rezultă că aceste 2 numere naturale consecutive sunt 37 și 38. Și atunci produsul lor este $37 \cdot 38 = 1406$.

Răspuns: 1406.

Problema 7.2.

Fracția $\frac{n+8}{n+2} = \frac{n+2+6}{n+2} = \frac{n+2}{n+2} + \frac{6}{n+2} = 1+ \frac{6}{n+2}$.

Rezultatul $1+ \frac{6}{n+2}$ va fi natural numai dacă $\frac{6}{n+2} \in N$. Însă aceasta e posibil numai dacă $n+2 \leq 6$. Deci $n \in \{ 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Dacă n = 0, atunci $\frac{n+8}{n+2} = \frac{8}{2} = 4 \in N$.

Dacă n = 1, atunci $\frac{n+8}{n+2} = \frac{9}{3} = 3 \in N$.

Dacă n = 2, atunci $\frac{n+8}{n+2} = \frac{10}{4}$ nu aparține N.

Dacă n = 3, atunci $\frac{n+8}{n+2} = \frac{11}{5}$ nu aparține N.

Dacă n = 4, atunci $\frac{n+8}{n+2} = \frac{12}{6} = 2 \in N$.

Răspuns: 2, 3, 4.

Problema 7.3.

Se observă că $x< 4$ (altfel numai $4^4> 177$).

Deci $x \in \{ 0; 1; 2; 3\}$.

Dacă x = 0, atunci $2+3+5^y = 177 \Rightarrow 5^y = 172$, y nu aparține N.

Dacă x = 1, atunci $8+6+5^y = 177 \Rightarrow 5^y = 163$, ynu aparține N.

Dacă x = 2, atunci $32+12+5^y = 177 \Rightarrow 5^y = 133$, y nu aparține N.

Dacă x = 3, atunci $128+24+5^y = 177 \Rightarrow 5^y = 25 \Rightarrow y =2 \in N$. Deci x=3; y = 2

Răspuns : S = { (3; 2) }.

Problema 7.4.

Împărțim triunghiul în 4 triunghiuri echilaterale (unind mijloacele laturilor) .

Conform principiului Dirichlet cel puțin în 1 triunghi vor fi sădiți cel puțin 2 copaci, distanța dintre care și va fi nu mai mare decît 6 m.

Problema 7.5.

Notăm m (< CDE) = m (< CED) = α, atunci m (<DCE) = $180^0 - 2\alpha$.

Atunci m (<ACD) = $2\alpha - 120^0$; m (<DEB) = $180^0 - \alpha$ => m (<EDB) = $\alpha - 60^0$ = $\frac{1}{2}$ ($2\alpha - 120^0$) = $\frac{1}{2}$ m (< ACD) c.t.d.

8 februarie 2014

Olimpiada raională/municipală la matematică

Clasa a VII-a

BAREM DE CORECTARE

***NOTĂ**: Oricare altă metodă de rezolvare corectă se apreciază cu punctajul maxim.*

Problema	Scor maxim	Răspuns corect	Etapele rezolvării	Punctaj acordat	Observații
7.1.	7 p.	1406	- introducerea unei necunoscute auxiliare - notarea numerelor paginilor prin necunoscuta auxiliară - scrierea ecuației - rezolvarea ecuației - calcularea produsului celor 2 numere	1 p. 1 p. 1 p. 2 p. 1 p.	
7.2.	7 p.	2, 3, 4.	- transformarea $\frac{n+8}{n+2} = 1 + \frac{6}{n+2}$ - constatarea că $n + 2 \leq 6$ - cercetarea cazurilor pentru $n \epsilon \{0;1; 2; 3; 4\}$ – cîte 1 p. pentru fiecare caz	1 p. 1 p. 5 p.	
7.3.	7 p.	$S = \{ (3; 2) \}$.	- arată că x$x \leq 3$ ($sau\ y \leq 3$) - cercetarea cazurilor pentru x $\epsilon \{0; 1; 2; 3\}$ (sau pentru y) – cîte 1 p. pentru fiecare caz -răspuns corect	2 p. 4 p. 1 p.	
7.4.	7 p.		- arată că triunghiul poate fi împărțit în 4 părți egale, adică în 4 triunghiuri echilaterale - utilizarea principiului lui Dirichlet (nu-i neapărat să scrie, face explicațiile) - concluzia finală	3 p. 3 p. 1 p.	
7.5.	7 p.		- introducerea necunoscutei auxiliare - exprimarea m (< CDE) = m (< CED) = α - exprimarea m (< DEC) prin α - exprimarea m (< ACD) prin α - efectuarea concluziei finale	1 p. 1 p. 2 p. 2 p. 1 p.	