

08 februarie 2014
Olimpiada raională/municipală la matematică
Clasa a VI-a
SOLUȚII

Problema 6.1.

a) Fie numerele consecutive $a, a + 2, a + 4, a + 6, a + 8$.

Atunci $a + 4 + a + 8 = 74$, $2a + 12 = 74$, $2a = 62$, $a = 31$.

Răspuns: Cel mai mic număr este 31.

b) Dacă la dreapta unui număr natural se scrie cifra 0, obținem un număr de 10 ori mai mare decât cel inițial. Deci $b = a \cdot 10$.

Din $a + b = 429$ avem $a + 10a = 429 \Rightarrow 11a = 429 \Rightarrow a = 39$.

Răspuns: $a = 39$.

Problema 6.2. Fie a numărul căutat. Atunci $a = 106 \cdot n$ și $a = 104 \cdot n + 38$.

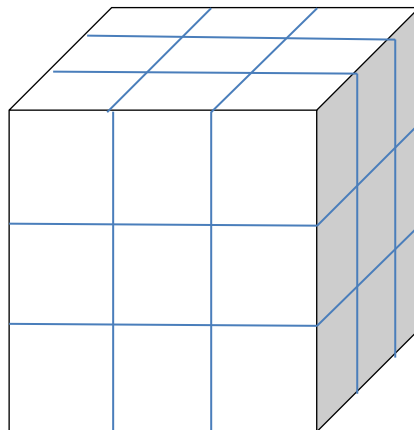
Obținem $106 \cdot n = 104 \cdot n + 38 \Rightarrow 106 \cdot n - 104 \cdot n = 38 \Rightarrow n = 19$.

Atunci $a = 106 \cdot 19 = 2014$.

Răspuns: 2014.

Problema 6.3.

a)



b) Prima metodă: Cubul dat poate fi împărțit în 27 cubușoare prin 6 tăieturi. La fiecare tăietură „apar” 2 pătrate (fețe) nevopsite, deci în total 12 fețe.

Dacă pentru vopsirea celor 6 fețe ale cubului inițial a fost nevoie de un litru de vopsea, atunci pentru cele 12 fețe „apărute” va fi nevoie de încă doi litri.

Metoda a doua: Din totalul de $27 \cdot 6 = 162$ de fețe, cele 27 cubușoare au $6 \cdot 9 = 54$ fețe vopsite, restul de 108 fiind nevopsite. Deoarece $108 = 54 \cdot 2$, rezultă că mai e nevoie de doi litri de vopsea.

Răspuns: 2 litri.

Problema 6.4. Dacă un pătrat mediu are aria de 81 cm^2 , înseamnă că latura lui are lungimea de 9 cm. Cunoaștem că latura pătratului mare e de 2 ori mai mare decât latura pătratului mic. Dacă notăm cu a lungimea laturii pătratului mic, atunci $a + 2a = 2 \cdot 9 \Rightarrow 3a = 18 \Rightarrow a = 6$. Deci latura pătratului mic e de 6 cm și latura pătratului mare e de 12 cm.

Atunci perimetrul dreptunghiului este egal cu $2 \cdot (18 + 21) = 78 \text{ cm}$.

Răspuns: 78 cm.

Problema 6.5.

a) 45, 56, 67.

b) Observăm că $1 = 1 + 11 \cdot 0$, $12 = 1 + 11 \cdot 1$, $23 = 1 + 11 \cdot 2$,
 $34 = 1 + 11 \cdot 3$, ș. a. m. d..

Tragem concluzia că termenul de pe locul al n -lea poate fi găsit cu ajutorul formulei
 $a_n = 1 + 11 \cdot (n - 1)$.

Deci $a_{2014} = 1 + 11 \cdot (2014 - 1) = 22144$.

c) Pentru ca numărul 2014 să fie termen al acestui șir, e necesar ca ecuația
 $1 + 11 \cdot m = 2014$ să aibă soluție naturală. Rezolvând ecuația, obținem $m = 183$.
Deci 2014 este al 184-lea termen al șirului.

Răspuns: a) 45, 56, 67;

b) 22144;

c) 2014 este al 184-lea termen al șirului.

08 februarie 2014
Olimpiada raională/municipală la matematică
Clasa a VI-a

BAREM DE CORECTARE

NOTĂ: Oricare altă metodă de rezolvare corectă se apreciază cu punctajul maxim.

Problema	Scor maxim	Răspuns corect	Etapele rezolvării	Punctaj acordat	Observații
6.1.	7 p.	a) 31; b) $a = 39$.	a) - introducerea necunoscutelor auxiliare și exprimarea termenilor prin necunoscută - scrierea ecuației - răspuns corect b) - constată că numărul b este de 10 ori mai mare decât numărul a - arată că $a + 10a = 429$ - rezolvarea ecuației	1 p. 1 p. 1 p. 2 p. 1 p. 1 p.	
6.2.	7 p.	2014	- introducerea necunoscutelor auxiliare (de ex., cu a numărul și cu n câțul) - scrierea egalităților $a = 106 \cdot n$ și $a = 104 \cdot n + 38$ (câte 1 p. pentru fiecare) - scrierea egalității $106 \cdot n = 104 \cdot n + 38$ - determinarea valorii lui n - calcularea valorii lui a - răspuns corect	1 p. 2 p. 1 p. 1 p. 1 p. 1 p.	
6.3.	7 p.	2 litri	- arată prin desen împărțirea corectă b) – calcularea numărului total de fețe ale cubușoarelor - calcularea numărului fețelor vopsite ale cubușoarelor - calcularea numărului fețelor nevopsite - arată că $108 : 54 = 2$ - concluzia finală	2 p. 1 p. 1 p. 1 p. 1 p. 1 p.	Sau: Împărțirea cerută poate fi efectuată prin 6 tăieturi 1 p. La fiecare tăietură „apar” două fețe nevopsite 1 p. Este necesar de vopsit 12 fețe apărute” – 1 p. Concluzia finală – 2 p.
6.4.	7 p.	78 cm	-calcularea lungimii laturii pătratului mediu - calcularea lungimii laturii pătratului mic (sau mare) - calcularea lungimii laturii celuilalt pătrat	1 p. 2 p. 1 p.	

			- calcularea lungimilor laturilor dreptunghiului (câte 1 p. pentru fiecare) - calcularea perimetrului dreptunghiului	2 p. 1 p.	
6.5.	7 p.	a) 45, 56, 67; b) 22144; c) 2014 este al 184-lea termen al șirului.	- completarea șirului cu următorii 3 termeni - determinarea legității, $a_n = 1 + 11 \cdot (n - 1)$ - calcularea termenului a_{2014} - scrierea relației pentru a verifica dacă numărul 2014 aparține șirului dat - calcularea și determinarea dacă numărul 2014 este termen al șirului dat	1 p. 2 p. 1 p. 1 p. 2 p.	