08 februarie 2014

Olimpiada raională/municipală la matematică

Clasa a XI-a

Timp alocat – 4 ore astronomice

Problema 11.1. Numerele reale nenule x şi y verifică relaţia $\frac{x}{2y}+\frac{9y}{2x}+\frac{18xy}{x^2+9y^2}=6$. Determinaţi valoarea minimă a expresiei $(x-7)^2+3xy$.

Problema 11.2. În triunghiul ABC, $m(\angle B)=30^\circ$, $m(\angle C)=15^\circ$, iar punctul M este mijlocul laturii $[BC]$.
a) Determinaţi valoarea raportului $\frac{BC}{AC}$; *b*) Demonstraţi că $AM=\frac{AB\cdot AC}{BC}$.

Problema 11.3. Fie $a,b,c\in(0;+\infty)$ şi $a+b+c=2014$. Arătaţi că $\sqrt{ab+ac}+\sqrt{ab+bc}+\sqrt{ac+bc}\le 3021$.

Problema 11.4. Punctul K este mijlocul laturii $[AD]$ a dreptunghiului $ABCD$. Determinaţi măsura unghiului dintre dreapta BK şi diagonala AC a dreptunghiului, ştiind că $AD:AB=\sqrt{2}$.

Problema 11.5. Calculaţi limita $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(e^2+2x)-\ln(e^2+x)}{x}$.

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

08 februarie 2014

Olimpiada raională/municipală la matematică

Clasa a XI-a

Timp alocat – 4 ore astronomice

Problema 11.1. Numerele reale nenule x şi y verifică relaţia $\frac{x}{2y}+\frac{9y}{2x}+\frac{18xy}{x^2+9y^2}=6$. Determinaţi valoarea minimă a expresiei $(x-7)^2+3xy$.

Problema 11.2. În triunghiul ABC, $m(\angle B)=30^\circ$, $m(\angle C)=15^\circ$, iar punctul M este mijlocul laturii $[BC]$.
a) Determinaţi valoarea raportului $\frac{BC}{AC}$; *b*) Demonstraţi că $AM=\frac{AB\cdot AC}{BC}$.

Problema 11.3. Fie $a,b,c\in(0;+\infty)$ şi $a+b+c=2014$. Arătaţi că $\sqrt{ab+ac}+\sqrt{ab+bc}+\sqrt{ac+bc}\le 3021$.

Problema 11.4. Punctul K este mijlocul laturii $[AD]$ a dreptunghiului $ABCD$. Determinaţi măsura unghiului dintre dreapta BK şi diagonala AC a dreptunghiului, ştiind că $AD:AB=\sqrt{2}$.

Problema 11.5. Calculaţi limita $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(e^2+2x)-\ln(e^2+x)}{x}$.

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

08 февраля 2014

Районная/муниципальная олимпиада по математике

XI класс

Время выполнения – 4астрономических часа.

Задача 11.1. Действительные числа x и y удовлетворяют условие $\frac{x}{2y}+\frac{9y}{2x}+\frac{18xy}{x^2+9y^2}=6$. Найдите наименьшее значение выражения $(x-7)^2+3xy$.

Задача 11. 2. В треугольнике ABC известно что $m(\angle B)=30^\circ$, $m(\angle C)=15^\circ$, а точка M является серединой стороны $[BC]$.

а) Найдите значение отношения $\frac{BC}{AC}$; *б*) Докажите что $AM=\frac{AB\cdot AC}{BC}$.

Задача 11. 3. Пусть $a,b,c\in(0;+\infty)$ и $a+b+c=2014$. Докажите что $\sqrt{ab+ac}+\sqrt{ab+bc}+\sqrt{ac+bc}\le 3021$.

Задача 11.4. Пусть точка K - середина стороны $[AD]$ прямоугольника $ABCD$. Найдите угол между прямой BK и диагональю AC прямоугольника, если известно что $AD:AB=\sqrt{2}$.

Задача 11.5. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(e^2+2x)-\ln(e^2+x)}{x}$.

Правильное решение каждой задачи - 7 баллов.

08 февраля 2014

Районная/муниципальная олимпиада по математике

XI класс

Время выполнения – 4астрономических часа.

Задача 11.1. Действительные числа x и y удовлетворяют условие $\frac{x}{2y}+\frac{9y}{2x}+\frac{18xy}{x^2+9y^2}=6$. Найдите наименьшее значение выражения $(x-7)^2+3xy$.

Задача 11. 2. В треугольнике ABC известно что $m(\angle B)=30^\circ$, $m(\angle C)=15^\circ$, а точка M является серединой стороны $[BC]$.

а) Найдите значение отношения $\frac{BC}{AC}$; *б*) Докажите что $AM=\frac{AB\cdot AC}{BC}$.

Задача 11. 3. Пусть $a,b,c\in(0;+\infty)$ и $a+b+c=2014$. Докажите что $\sqrt{ab+ac}+\sqrt{ab+bc}+\sqrt{ac+bc}\le 3021$.

Задача 11.4. Пусть точка K - середина стороны $[AD]$ прямоугольника $ABCD$. Найдите угол между прямой BK и диагональю AC прямоугольника, если известно что $AD:AB=\sqrt{2}$.

Задача 11.5. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(e^2+2x)-\ln(e^2+x)}{x}$.

Правильное решение каждой задачи - 7 баллов.